

① 次の問いに答えよ。

- (1) $x = \tan \theta$ において置換積分法を用いることにより, 定積分 $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+1}$ を求めよ。
- (2) 等式 $\frac{x^2+5x+1}{(2-x)(x^2+1)} = \frac{a}{2-x} + \frac{bx+c}{x^2+1}$ が成り立つような定数 a, b, c の値を求めよ。
- (3) 定積分 $\int_0^1 \frac{x^2+5x+1}{(2-x)(x^2+1)} dx$ を求めよ。

② 各項が正の実数である数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1=1, a_2=1,$$

$$a_{n+2} = \frac{(a_{n+1})^2}{a_n} + (2n+1)a_{n+1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) とおくと, b_n を n を用いて表せ。
- (2) a_n を n を用いて表せ。

③ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} + x$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y=f(x)$ ($-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$) の増減、極値を求めて、そのグラフをかけ。なお、グラフの凹凸、変曲点については調べる必要はない。
- (2) 曲線 $y=f(x)$ ($-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$) と x 軸、 y 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

④ 2つの袋 A, B があり、袋 A には赤玉 1 個と青玉 1 個と白玉 1 個、袋 B には赤玉 1 個と青玉 1 個が入っている。袋 A から玉を 1 個取り出し、色を調べてからもとに戻す試行を 3 回繰り返す、次に袋 B から玉を 1 個取り出し、色を調べてからもとに戻す試行を 2 回繰り返す。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 取り出した 5 個の玉の色が 3 種類である確率を求めよ。
- (2) 取り出した 5 個の玉の色が 3 種類であったとき、袋 B から取り出した 2 個の玉の色が 1 種類である条件付き確率を求めよ。

5 $f(x) = x^2 - 3x$ とする。曲線 $C: y = f(x)$ 上の点 $A(1, -2)$ における接線を l とする。また、直線 l と直線 $y = x$ の交点を B とし、点 $(0, 0)$ を O とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 B の座標を求めよ。
- (2) $0 \leq t \leq 1$ とする。曲線 C 上の点 $P(t, f(t))$ を通る傾き -1 の直線と直線 $y = x$ の交点を Q とおく。点 O と点 Q の距離を s とおくと、 s を t の式で表せ。
- (3) 曲線 C 、線分 AB 、線分 BO で囲まれた図形を直線 $y = x$ のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。