$\boxed{1}$次の問いに答えよ。

(1) $f(x) = e^x \sin x$ の第 2 次導関数を求めよ。

(2) $g(x) = e^x \cos x$ $\left(0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{4}\right)$ とする。$g(x) \geqq 1$ であることを示せ。

(3) $h(x) = f(x) - x^2 - x$ $\left(0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{4}\right)$ とする。$h(x) \geqq 0$ であることを示せ。

$\boxed{2}$次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を連続関数とする。関数 $g(x) = \int_x^{2x} \frac{(f(t))^2}{t^3} dt$ $(x > 0)$ について、$g'(x)$ を計算せよ。

(2) 不定積分$\int \frac{\log t}{t^3} dt$ を求めよ。

(3) 関数$h(x) = \int_x^{2x} \frac{(\log t)^2}{t^3} dt$ $(x > 0)$ について、$h(x)$ の極大値、およびそれを与えるx の値を求めよ。

$\boxed{3}$

四面体$OABC$ において$AB = x$ とし、その他の辺の長さは全て 1 であるとする。点C から平面OAB に下ろした垂線をCH とする。次の問いに答えよ。

(1) ΔOAB の面積をx を用いて表せ。

(2) ベクトル$\overrightarrow{OH}$ をベクトル$\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ とx を用いて表せ。

(3) 四面体$OABC$ の体積が$\frac{1}{12}$ となるときのx の値を求めよ。

$\boxed{4}$

i を虚数単位とする。複素数平面上の点z で$z \neq -2$ であるものに対して、$w = \frac{z-i}{z+2}$ で表される複素数平面上の点w がある。次の問いに答えよ。

(1) $w \neq 1$ であることを示せ。

(2) z をw の式で表せ。

(3) 原点と点i を結ぶ線分の垂直二等分線上を点z が動くとき、点w はどのような図形をえがくか。

$\boxed{5}$

α は$0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ を満たす定数とする。l を平面上の直線で、直交座標で

$$\left(2\cos\alpha - \frac{1}{\cos\alpha},\ 2\sin\alpha\right),\ \left(\frac{1}{\cos\alpha},\ 0\right)$$

と表される 2 点を通るものとし、$r = f(\theta)$ をl の極方程式とする。次の問いに答えよ。

(1) $f(\theta)$ を求めよ。

(2) 極座標が$(r,\ \theta)$ である点が直線l 上を動くとき、θ の動く範囲をα を用いて表せ。ただし、$r \geqq 0,\ -\pi \leqq \theta < \pi$ とする。

(3) 極座標が$(r,\ \theta)$ である点が直線l 上を動くとき、$-\frac{8}{r^3} + \frac{15}{r^2} - \frac{9}{r}$ の最小値が-2 であることを示せ。ただし、$r \geqq 0$ とする。