

1

以下の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $3x + 11y = 1$ の整数解の1つを求めよ。
- (2) 方程式 $3x + 11y = 1000$ の整数解をすべて求めよ。
- (3) x, y が(2)の方程式の整数解であるとする。 $|x - y|$ の最小値と、そのときの x, y の値を求めよ。

2

x, y を実数とする。 θ の関数 $f(\theta) = \cos 2\theta + x \sin \theta - y - 1$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) を考える。

以下の問いに答えよ。

- (1) $f(\theta)$ の最大値を x, y を用いて表せ。
- (2) $0 \leq \theta < 2\pi$ であるすべての θ について不等式 $f(\theta) < 0$ が成り立つような点 (x, y) 全体からなる領域を図示せよ。

3

関数 $y = 16^x + 16^{-x} + (2^{x+1} + 2^{-x+1})^2 - 125(2^{x-1} + 2^{-x-1})$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $t = 2^x + 2^{-x}$ とおくとき、関数 t の最小値と、そのときの x の値を求めよ。
- (2) 関数 y を(1)で与えた t の式で表せ。
- (3) 関数 y が最小となるときの x の値を求めよ。

4

xyz 空間における4点 $O(0, 0, 0), A(n, 0, 0), B(0, n, 0), C(0, 0, 2n)$ を頂点とする四面体 $OABC$ を考える。ただし、 n は2以上の整数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 四面体 $OABC$ を平面 $x = k$ で切ったとき、断面として現れる三角形 T_k のすべての頂点の座標を求めよ。ただし、 k は整数で $1 \leq k \leq n-1$ とする。
- (2) (1)の三角形 T_k の内部に含まれ、 y, z 座標がいずれも整数となる点の個数を n, k を用いて表せ。ただし、辺および頂点は内部に含まれないとする。
- (3) 四面体 $OABC$ の内部に含まれ、 x, y, z 座標がいずれも整数となる点の個数を n を用いて表せ。ただし、面、辺、および頂点は内部に含まれないとする。